

Elektronens specifikke ladning

Martin Geisler

25. maj 2001

Indhold

1	Formål	1
2	Udførelse	1
3	Teoriafsnit	2
3.1	Spredning	3
4	Forsøgsresultater	4
5	Behandling af forsøgsresultater	4
6	Diskussion	5
6.1	Elektronstrålens opførsel	5
6.2	Jordens magnetfelts indvirkning	5
7	Fejldiskussion	7
8	Konklusion	7

1 Formål

Med denne øvelse, vil vi gerne bestemme elektronens specifikke ladning, altså forholdet mellem dens ladning og dens masse.

2 Udførelse

Se øvelsesvejledningen.

3 Teoriafsnit

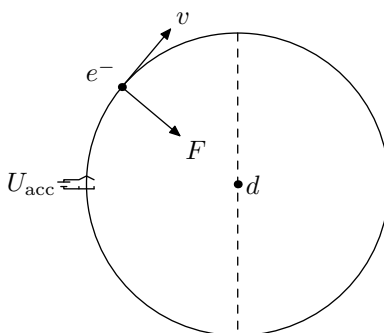
Elektronerne bliver accelereret af spændingsforskellen U_{acc} . Elektronernes potentielle energi omdannes derved til kinetisk energi:

$$E_{\text{pot}} = U_{\text{acc}}e = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

Elektronerne bliver påvirket af en kraft fra magnetfeltet, som har størrelsen

$$F = evB, \quad (2)$$

hvor e er elektronens ladning, v er dens hastighed og B er magnetfeltets styrke. Denne kraft virker vinkelret på bevægelsesretningen, og udfører derfor ikke noget arbejde på elektronerne.



Figur 1: Elektronerne bliver accelereret og bevæger sig i en cirkelbevægelse.

Derfor ændres elektronernes hastighed ikke, hvilket betyder at kraften er konstant. Da elektronerne altså påvirkes af en konstant kraft vinkelret på bevægelsesretning, beskriver de en jævn cirkelbevægelse, se figur 1. I en sådan cirkelbevægelse er centripetalkraften givet ved

$$F_c = \frac{mv^2}{r}. \quad (3)$$

Centripetalkraften kommer fra magnetfeltet, så vi kan kombinere (2) og (3), så vi får følgende udtryk for elektronens specifikke ladning:

$$evB = \frac{mv^2}{r} \Leftrightarrow \frac{e}{m} = \frac{v}{Br}. \quad (4)$$

Ud fra (4) ser vi at $evB = \frac{2mv^2}{d}$, hvor d er diameteren i cirkelbevægelsen.

Vi kan omskrive (1) og (4) så vi finder et bedre udtryk for elektronens specifikke ladning. Her skal ordet "bedre" forstås på den måde, at de størrelse som indgår alle er målelige, hvilket ikke er tilfældet i (4), hvor vi har svært

ved at måle v . Vi eliminerer derfor v fra begge ligninger ved at isolerer v^2 og så sætte dem lig hinanden:

$$Ue = \frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow v^2 = \frac{2Ue}{m} \quad (5)$$

og

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br} \Leftrightarrow v^2 = \left(\frac{eBr}{m}\right)^2 \quad (6)$$

giver os at

$$\frac{2Ue}{m} = \left(\frac{eBr}{m}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2r^2} \quad (7)$$

Vi kan også skrive (7) udtrykt ved diameteren d i stedet for radius:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{B^2d^2} \quad (8)$$

I (8) skal vi kende B . Da feltstyrken er proportional med strømstyrken, skal vi blot finde proportionalitetsfaktoren, k . I vores forsøg har er k givet ved

$$k = 7,79 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\text{kgV}}{\text{CA}^2\text{m}^2}} \quad (9)$$

Vi kan altså skrive B som kI , hvormed (8) bliver til

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{k^2I^2d^2} \quad (10)$$

Vi ender altså med at kunne bestemme forholdet mellem elektronens masse og dens ladning, og *ikke* hverken massen eller ladningen. Men hvis en af disse to størrelser bestemmes ved et andet forsøg, så vil den anden nu nemt kunne beregnes, da man kender forholdet.

3.1 Spredning

Vi lavede i alt ti målinger, hvorved vi fik ti eksperimenterelle værdier for $\frac{e}{m}$. Gennemsnittet af disse ti målinger betegnes $\langle \frac{e}{m} \rangle$. Spredningen beregnes som:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\langle \frac{e}{m} \rangle - \frac{e}{m_i} \right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{\left(\langle \frac{e}{m} \rangle - \frac{e}{m_1} \right)^2 + \dots + \left(\langle \frac{e}{m} \rangle - \frac{e}{m_{10}} \right)^2}{10}} \end{aligned} \quad (11)$$

Efter at vi har udregnet spredningen, kan vi angive det endelige forsøgsresultat som $\langle \frac{e}{m} \rangle \pm \sigma$.

d [cm]	I [A]	U [V]
8	1,47	200
9	1,47	279
9,5	1,47	300
10	1,47	350
11	1,47	400
5	2,5	200
5,5	2,5	250
5,75	2,5	300
6,25	2,5	350
6,5	2,5	400

Tabel 1: Forsøgsresultater

4 Forsøgsresultater

I tabel 1 finder man forsøgsresultaterne.

Vi har også brug for en række andre tal fra forsøget, disse findes i tabel 2.

Måling	Resultat
Antal vindinger pr. spole, N	130
Spolernes radius, R	15,5 cm
Afstanden mellem spolerne, a	16,0 cm

Tabel 2: Andre tal vi målte i forsøget.

5 Behandling af forsøgsresultater

For hver måling bruges (10) til at finde $\frac{e}{m}$ — resultatet findes i tabel 3 på næste side.

Vi finder også gennemsnittet og spredningen:

$$\left\langle \frac{e}{m} \right\rangle = 1,942 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad \sigma = 1,445 \cdot 10^{10} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (12)$$

Tabelværdien for elektronens specifikke ladning er

$$\frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 1,756 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (13)$$

Vores resultat blev altså $\left\langle \frac{e}{m} \right\rangle \pm \sigma = 1,942 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \pm 1,445 \cdot 10^{10} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ mens

d [m]	I [A]	U [V]	$\frac{e}{m}$ $\left[\frac{\text{C}}{\text{kg}}\right]$
0,08	1,47	200	$1,906 \cdot 10^{11}$
0,09	1,47	279	$2,101 \cdot 10^{11}$
0,095	1,47	300	$2,028 \cdot 10^{11}$
0,10	1,47	350	$2,135 \cdot 10^{11}$
0,11	1,47	400	$2,017 \cdot 10^{11}$
0,05	2,5	200	$1,687 \cdot 10^{11}$
0,055	2,5	250	$1,743 \cdot 10^{11}$
0,0575	2,5	300	$1,914 \cdot 10^{11}$
0,0625	2,5	350	$1,890 \cdot 10^{11}$
0,065	2,5	400	$1,997 \cdot 10^{11}$

Tabel 3: Elektronens specifikke ladning beregnet ud fra forsøgsresultaterne.

tabelværdien er $1,756 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$. Vi kan beregne en afvigelse:

$$\begin{aligned} \text{Afvigelse} &= \frac{\left(1,942 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \pm 1,445 \cdot 10^{10} \frac{\text{C}}{\text{kg}}\right) - 1,756 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}}{1,756 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}} \quad (14) \\ &= 10,5\% \pm 8,2\% \end{aligned}$$

Gennemsnittet lå altså omkring 10% fra tabelværdien, men hvis man tager højde for spredningen, så kom vi så tæt på som kun 2%, men også så langt væk som 18%.

6 Diskussion

6.1 Elektronstrålens opførsel

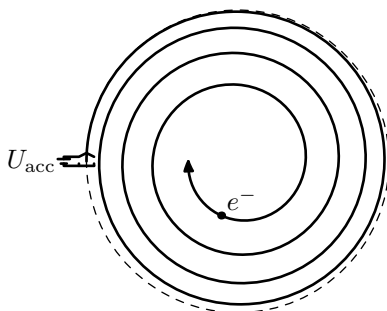
Da brinten i røret virker svagt bremsende på elektronerne, bliver banens radius lidt mindre, efterhånden som elektronen bevæger sig rundt i cirkelbanen. Elektronerne burde faktisk bevæge sig i en spiral ind mod midten af røret, se figur 2 på den følgende side.

Grunden til at vi så ikke ser en sådan spiral må være, at elektronerne taber energi, og derfor ikke kan blive ved med at få gassen til at lyse. Vi ser derfor kun de yderste omløb i spiralen.

Det passer fint med den lidt utydelige ring vi så da vi lavede forsøget. Hvis elektronerne bevægede sig i en perfekt cirkel, så ville ringen have været klart defineret, og ikke udflydende som den vi så.

6.2 Jordens magnetfelts indvirkning

Hvis Jordens magnetfelts magnetfelt er parallelt med elektronstrålens banes plan, så vil det enten forstærke eller svække spolernes magnetfelt, alt



Figur 2: Elektronerne bliver bremsset af brinten i røret.

afhængig af om feltet har samme eller modsat retning.

Da vi lavede forsøget, var spolerne stilt sådan, at Jordens magnetfelt virkede sammen med spolernes felt. Spolerne var altså orienteret nord-syd, hvilket har betydet at Jordens felt har bidraget en smule til feltet og derved øget ventripitalkraften. Det er den vandrette komponent af Jordens magnetfelt, som der er tale om.

Hvis vi havde drejet spolerne 90° , sådan at felteterne havde stået vinkelret på hinanden, så ville det resulterende felt være drejet lidt i forhold til før. Denne drejning ville også have drejet elektronstrålen, så denne stadig stod vinkelret på feltet.

Den lodrette komponent vil dreje elektronstrålen lidt, sådan at den ikke længere vil have form som en cirkel set fra siden, men snarere en ellipse. Det var dog ikke noget vi mærkede noget til i forsøget, da Jordens magnetfelt er for svagt.

Den vandrette komponent af jordfeltet er $16,7 \mu\text{T}$ i Danmark. Spolernes magnetfelt kan beregnes ud fra sammenhængen $B = kI$:

$$\begin{aligned} B_1 &= 7,79 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\text{kgV}}{\text{CA}^2\text{m}^2}} \cdot 1,47 \text{ A} = 888 \mu\text{T} \\ B_2 &= 7,79 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\text{kgV}}{\text{CA}^2\text{m}^2}} \cdot 2,5 \text{ A} = 1948 \mu\text{T} \end{aligned} \quad (15)$$

Jordfeltet udgør altså kun mellem 0,86% og 1,9% af spolernes magnetfelt.

Strømmen i Helmholtzspolerne og elektronerne har bevæget sig i samme omløbsretning. Da strømmen i en ledning bevæger sig i modsat af elektronerne, har elektronerne i spolerne og elektronerne i elektronstrålen haft modsat omløbsretning.

Kraften som virker på elektronen er givet ved

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (16)$$

Ved at benytte højrehåndsreglen for et krydsprodukt, ser man at $q\vec{v}$ svarer til tommelfingeren, \vec{B} svarer til pegefingeren og at \vec{F} svarer til langefingeren.

Holder man så højre hånd ind et sted i elektronstrålen, sådan tommelfingeren peger i samme retning som elektronerne bevægede sig og langefingeren peger i samme retning som afbøjningen, finder man retningen af magnetfeltet. Når man så griber om spolerne sådan at tommelfingeren peger i strøm-
mens retning, og fingerene peger i feltets retning, ser man at strømmen og elektronerne har samme omløbsretning.

7 Fejldiskussion

Vi fandt en rimelig værdi for elektronens specifikke ladning. Men der er dog en række ting som kan have forstyrret målingerne:

- Det var svært at måle diameteren på elektronstrålen nøjagtigt, da lokalet skulle være mørkt for at vi kunne se den. Det gjorde samtidig at det var svært at se tallene på målestokken.

Det afspejles også i vores måleresultater. De første er noget usikre, mens der kommer flere og flere decimaler med, efterhånden som vi bliver bedre til at måle diameteren. Man kan også se, at måling 2–5 ligger længere væk fra tabelværdien end de andre målinger.

- Det spejl vi brugte i forsøget lænede sig op ad den ene spole, og kan på den måde have påvirket magnetfeltet. Men jeg mener ikke at det kan have haft noget stor effekt.
- Jordens magnetfelt gav et lille bidrag til centripetalkraften. Dette bidrag er dog så lille, at det ikke burde have noget særlig betydning.

8 Konklusion

Det lykkedes os at finde en acceptabel værdi for elektronens specifikke ladning. Vi kunne også gøre rede for elektronstrålens afbøjning, i henhold til højrehåndsreglerne.